# Mathematikbezogene affektive Schülermerkmale fördern: Eine explorative Untersuchung zum Potential von Fermi-Aufgaben

FRANK REINHOLD, MÜNCHEN; ANSELM STROHMAIER, MÜNCHEN & SABINE GRILL, MÜNCHEN

***Zusammenfassung:*** *Mathematikbezogene affektive Merkmale wie Ängstlichkeit, Selbstwirksamkeit und Interesse können das Lernen von Mathematik beeinflussen. Wir stellen auf der Basis einzelner prototypischer Prozesse des Modellierungskreislaufes dar, warum gerade Fermi-Aufgaben ein großes Potential für die positive Beeinflussung dieser Schülermerkmale haben können und sie damit zur Förderung von Schülerinnen und Schülern im Kontext mehrdimensionaler Bildungsziele im Mathematikunterricht beitragen können. Zudem berichten wir von einer explorativen Untersuchung mit 30 Schülerinnen und Schülern zweier zehnter Klassen einer Berufsoberschule, deren Ergebnisse verträglich mit dieser Vermutung sind.*

***Abstract:*** *Mathematics-related affect such as anxiety, self-efficacy and interest can influence the learning of mathematics. Based on prototypical processes of the modelling cycle, we argue that Fermi problems in particular can have the potential to influence these student characteristics positively and thus can be implemented into mathematics classrooms to support students with respect to multi-dimensional educational goals. We also report on an exploratory study. The results stemming from 30 students in two tenth grades of a vocational high school are in line with our assumption.*

## 1 Einleitung

Affektive Personenmerkmale spielen eine große Rolle bei der Nutzung von Lerngelegenheiten im schulischen Kontext (Helmke, 2010). Insbesondere besteht weitgehend Konsens darüber, dass mathematikbezogene Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit sowie das Interesse an Mathematik einen Einfluss auf das Lernen von Mathematik haben (z. B. Goldin et al., 2016; McLeod, 1989; Schukajlow, Rakoczy & Pekrun, 2017). In Deutschland zeichnet sich dabei in den letzten Jahren eine tendenziell positive Entwicklung bezüglich der Einstellungen und Emotionen von Jugendlichen gegenüber Mathematik ab (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013).

Nicht vollständig geklärt ist bisher jedoch, wie sich mathematikbezogene affektive Merkmale von Lernenden im Mathematikunterricht kurzfristig und langfristig positiv beeinflussen lassen. Eine Frage, die hierbei interessant erscheint, ist, ob spezifische Aufgabenformate und Aufgabenkontexte einen positiven Einfluss auf mathematikbezogene affektive Personenmerkmale haben können und welche Ursachen möglichen Einflüssen zugrunde liegen (Hammer & Ufer, 2015). So lassen empirische Ergebnisse zum Teil unterschiedliche Interpretationen zu, ob realitätsbezogene Aufgaben – insbesondere Modellierungsaufgaben im Sinne der Bildungsstandards (Blum & Leiß, 2005) – oder rein syntaktische, formal-symbolische Aufgaben bei Schülerinnen und Schülern ein größeres Interesse auslösen (Pekrun et al., 2007; Schukajlow et al., 2012) und somit unterschiedliche positive Wirkung auf mathematikbezogene affektive Schülermerkmale haben können.

In diesem Zusammenhang können Fermi-Aufgaben als prominentes Beispiel solcher realitätsbezogenen Aufgaben (Greefrath, 2018, S. 88–90) gewinnbringend erscheinen. Sie sind bezüglich ihrer Ausgangsbedingungen unvollständig, lassen eine Vielzahl unterschiedlicher Lösungswege zu und besitzen keine eindeutigen Lösungen. Sie bieten durch ihre vollständig offene Formulierung die Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler zum Explorieren anzuregen, sie dazu zu ermutigen, unterschiedliche Lösungswege auf der Basis mathematischer Modellierungen zu verfolgen und bezüglich unterschiedlicher Kriterien gegeneinander abzuwägen (z. B. Ärlebäck, 2009; Greefrath, 2019; Peter-Koop, 2004). Aktivitäten dieser Art können dabei zu einem kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht führen (Bandura, 1997; Deci & Ryan, 1985; Helmke, 2010; Kunter et al., 2013). Im Fokus bisheriger Forschung zu Fermi-Aufgaben stehen insbesondere kognitive Schülermerkmale, wie etwa Modellierungskompetenz. Es kann jedoch angenommen werden, dass sich derartige Aktivitäten im Unterricht auch positiv auf affektive Schülermerkmale auswirken können.

In dieser Arbeit stellen wir die Bedeutung affektiver Schülermerkmale für die Entwicklung mathematischer Kompetenz dar. Wir betrachten weiter Fermi-Aufgaben im Kontext des mathematischen Modellierens und ordnen unsere Arbeit in die bisherige mathematikdidaktische Forschung zu Fermi-Aufgaben ein. Zudem stellen wir das Potential von Fermi-Aufgaben für die Entwicklung mathematikbezogener Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit sowie dem Interesse an Mathematik dar. Wir berichten schließlich über eine explorative Untersuchung in Jahrgangsstufe 10 einer Berufsoberschule, in der untersucht wurde, ob die eigenständige Bearbeitung von Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht mit einer positiven Entwicklung mathematikbezogener affektiver Schülermerkmale in Verbindung gebracht werden kann.

## 2 Affektive Personenmerkmale in der mathematikdidaktischen Forschung

Neben der Vermittlung von Wissen und kognitiven Fähigkeiten umfasst der Bildungsauftrag der Schule auch positive emotionale und motivationale Orientierungen und Überzeugungen (Kunter, 2005; Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013; Weinert, 2001). Sie werden häufig als affektive Personenmerkmale zusammengefasst (Hannula et al., 2016). In diesem Zusammenhang wird auch von *mehrdimensionalen Bildungszielen* (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013), *multiplen Zielen* (Kunter, 2005) oder *Handlungskompetenzen* gesprochen (Weinert, 2001). Diese Merkmale sind dabei sowohl Lernziele an sich, als auch von entscheidender Bedeutung für Lehr-Lern-Prozesse – gerade auch in der Mathematik (Deci & Ryan, 1985; McLeod, 1989; Schukajlow et al., 2017). Affektive Personenmerkmale können individuelle Leistungsunterschiede im Bereich der Mathematik erklären (Hannula et al., 2016; Hembree, 1990; Lai, Zhu, Chen & Li, 2015; Ma & Kishor, 1997; Núñez-Peña, Suárez-Pellicioni & Bono, 2013; Schukajlow et al., 2017; Stankov & Lee, 2014), sie können die Entscheidungen für oder gegen mathematisch-naturwissenschaftliche schulische Ausbildungsrichtungen beeinflussen (Dowker, Sarkar & Looi, 2016; Köller, Daniels, Schnabel & Baumert, 2000; Ma, 1999; Pekrun et al., 2007) oder die Entscheidung, einen Beruf zu wählen, der vermeintlich einen hohen Anteil an mathematischen Wissen voraussetzt, negativ beeinflussen (Ashcraft & Moore, 2009).

Affektive Personenmerkmale können auf verschiedene Weise kategorisiert werden. Dabei wird unter anderem auf die zeitliche Stabilität zurückgegriffen (Hannula et al., 2016; Schukajlow et al., 2017; Zan, Brown, Evans & Hannula, 2006). Hier kann zwischen momentanen *State-Merkmalen* und habituellen *Trait-Merkmalen* unterschieden werden. Meist stehen in der mathematikdidaktischen Forschung zeitlich eher stabile Trait-Merkmale im Vordergrund (Hannula et al., 2016).

In diesem Beitrag fokussieren wir auf mathematikbezogene *Ängstlichkeit*, die im Bereich der mathematikdidaktischen Forschung eine der längsten Forschungstraditionen hat (Dowker et al., 2016; Zan et al., 2006), mathematikbezogene *Selbstwirksamkeit*, die als einer der besten kurzfristigen Prädiktoren schulischer Leistung gilt (Hattie, 2012; Stankov & Lee, 2014) sowie mathematikbezogenes *Interesse* (Hannula et al., 2016; Schukajlow et al., 2012). Wir betrachten diese drei Merkmale als unterscheidbare Ausprägungen eines untrennbaren Wechselgefüges von Emotionen, Einstellungen und Motivation, das eine übliche Operationalisierung mathematikbezogener affektiver Schülermerkmale bildet (Hannula et al., 2016; McLeod, 1989, siehe auch 1992; Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013; Schukajlow et al., 2012).

Wir interpretieren die drei Merkmale hier als kurzfristige State-Merkmale, die sich durch kurze Interventionen gezielt beeinflussen lassen. Diese State-Merkmale lassen sich etwa aufgabenbezogen erfassen – also als direkte Reaktionen auf die Darbietung einer bestimmten Mathematikaufgabe (Rheinberg, Vollmeyer & Burns, 2001; Schukajlow & Krug, 2014). Es wird angenommen, dass sich eher variable, situationsbezogene State-Merkmale unter bestimmten Voraussetzungen zu stabilen Trait-Merkmalen entwickeln können. So kann sich etwa eine momentane mathematikbezogene Ängstlichkeit in einer stabilen und langfristigen Abneigung gegen Mathematik manifestieren (Schukajlow et al., 2017). Damit kommt dem Mathematikunterricht – der maßgeblich durch die Bearbeitung von Mathematikaufgaben geprägt ist (Reiss & Hammer, 2013) – eine entscheidende Funktion für die Entwicklung mathematikbezogener affektiver Personenmerkmale bei Schülerinnen und Schülern zu (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013).

### 2.1 Mathematikbezogene Ängstlichkeit

In Anlehnung an Richardson und Suinn (1972) verstehen wir mathematikbezogene Ängstlichkeit als Gefühl von Besorgnis und Aufregung, das beim Bearbeiten mathematischer Probleme auftritt. Mathematikbezogene Ängstlichkeit kann zahlreiche negative Effekte für das Lernen von und den Umgang mit Mathematik haben (Ashcraft & Moore, 2009; Dowker et al., 2016; Hembree, 1990; Ma, 1999). Eine wegweisende Studie war die Untersuchung von Ashcraft und Kirk (2001), in der gezeigt wurde, dass mathematikängstliche Schülerinnen und Schüler in einer Kopfrechenaufgabe weniger kognitive Ressourcen nutzen konnten als Schülerinnen und Schüler mit vergleichbaren mathematischen Fähigkeiten ohne mathematikbezogene Ängstlichkeit. Neben einem Einfluss auf die Arbeitsgedächtniskapazität (Ashcraft & Ridley, 2005) konnten Maloney, Ansari und Fugelsang (2011) zeigen, dass auch intuitive Größenvorstellungen durch mathematikbezogene Ängstlichkeit verschlechtert werden. Aber auch durch physiologische Reaktionen in Testsituationen – wie Stress, Unruhe oder ablenkende Gedanken – kann mathematikbezogene Ängstlichkeit mathematische Denkprozesse und Leistungen negativ beeinflussen (Strohmaier, Schiepe-Tiska & Reiss, 2018). Übergreifend konnte Ma (1999) in einer Metanalyse zeigen, dass der Zusammenhang zwischen mathematikbezogener Ängstlichkeit und der Leistung in Mathematik statistisch signifikant negativ korreliert – also geringere mathematikbezogene Ängstlichkeit mit besserer Mathematikleistung zusammenhängt, und umgekehrt – und das über Geschlechtergruppen, Klassenstufen, sowie alle untersuchten ethnischen Gruppen hinweg.

In Deutschland gab in der PISA-Erhebungsrunde 2012 knapp die Hälfte der befragten Fünfzehnjährigen an, Angst vor schlechten Noten im Mathematikunterricht zu haben (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013). International sind diese Werte teilweise noch deutlich höher und tendenziell ansteigend (OECD, 2013). Mathematikbezogene Ängstlichkeit wird mitunter als stabile Trait-Ängstlichkeit oder als momentane State-Ängstlichkeit erfasst, wobei deren Zusammenhang in der Forschung noch nicht abschließend geklärt ist (Goetz, Bieg, Lüdtke, Pekrun & Hall, 2013; Strohmaier et al., 2018). Es gilt jedoch als wahrscheinlich, dass State-Ängstlichkeit – also eine eher kurzfristige und eher veränderbare Zustandsangst bezogen etwa auf konkrete Aufgaben – einen Einfluss auf längerfristige Emotionen gegenüber Mathematik haben kann (Zeidner, 2014).

### 2.2 Mathematikbezogene Selbstwirksamkeit

Mathematikbezogene Selbstwirksamkeit beschreibt subjektive Einschätzungen von Schülerinnen und Schülern über die eigene Leistungsfähigkeit in spezifischen mathematischen Situationen. Fragen können dabei eine eher stabile und allgemein-mathematikbezogene Trait-Selbstwirksamkeit adressieren, oder auf eher variable State-Selbstwirksamkeit – etwa ob eine konkrete mathematische Aufgabe erfolgreich bewältigt werden kann – fokussieren (Bandura, 1997; Ferla, Valcke & Cai, 2009; Hannula et al., 2016; Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013; Schukajlow et al., 2012; Schwarzer & Jerusalem, 2002). Dabei wird angenommen, dass sich eine hohe Selbstwirksamkeit positiv auf die Anstrengungsbereitschaft, die Aufgabenauswahl und die Wahl von Strategien auswirkt (Bandura, 1997; Dermitzaki, Leondari & Goudas, 2009; Schukajlow et al., 2012; Valentine, DuBois & Cooper, 2004).

Ein positiver korrelativer Zusammenhang zwischen mathematikbezogener Selbstwirksamkeit und der Mathematikleistung gilt dabei empirisch als weitgehend bestätigt. Beispielsweise zeigen die Ergebnisse der PISA-Erhebungsrunde 2012 diesen Zusammenhang sowohl auf Staatenebene als auch auf Ebene der Schülerinnen und Schüler in nahezu allen teilnehmenden Staaten (OECD, 2013). Insbesondere liegt dieser Zusammenhang für Schülerinnen und Schüler in Deutschland über dem OECD-Mittelwert (OECD, 2013).

Der Mathematikunterricht sollte entsprechend Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Leistungsniveaus ermöglichen, ihre eigenen mathematischen Fähigkeiten in konkreten Aufgaben als wirksam zu erleben (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013).

### 2.3 Mathematikbezogenes Interesse

In der in diesem Beitrag dargestellten explorativen Untersuchung fokussieren wir auf State-Persönlichkeitsmerkmale. Wir verstehen daher unter mathematikbezogenem Interesse eine positive, situationsbezogene Motivation, sich mit bestimmten mathematischen Inhalten – also bestimmten Mathematikaufgaben – zu befassen (Hidi & Renninger, 2006). Es wird angenommen, dass solches mathematikbezogenes Interesse Lernprozesse unterstützen kann (Hidi & Renninger, 2006) und sich langfristig positiv auf die Bereitschaft, sich mit Mathematik zu beschäftigen, auswirken kann (Helmke, 2010; Pekrun et al., 2006).

Diese Annahmen lassen sich mit Befunden empirischer Untersuchungen zum Teil untermauern. So zeigte sich etwa in einer längsschnittlichen Untersuchung von Köller, Baumert und Schnabel (2001) zwar kein direkter Zusammenhang zwischen mathematikbezogenem Interesse und der Mathematikleistung zwischen der siebten und zehnten Jahrgangsstufe, wohl aber zwischen der zehnten und der zwölften Jahrgangsstufe. Auch können positive Zusammenhänge zwischen aufgabenbezogenem Interesse und der Mathematikleistung angenommen werden (Schukajlow & Krug, 2014). Unterschiede in den berichteten Korrelationen können unter anderem durch die Operationalisierung mathematikbezogenen Interesses in den unterschiedlichen Erhebungen erklärt werden – was spezifischere Messungen von Interessen im Kontext mathematikdidaktischer Forschung rechtfertigen kann (Ufer, Rach & Kosiol, 2017). Eine Möglichkeit hierfür stellt die Erhebung aufgabenbezogenen Interesses dar.

Weiter gilt auch Interesse als eigenständig erstrebenswertes Ziel von Bildung (Kunter, 2005). Vor diesem Hintergrund erscheint es bemerkenswert, dass nur etwa 39 % der in der PISA-Erhebungsrunde 2012 befragten Jugendlichen in Deutschland angeben, dass ihnen Mathematik Freude bereitet und sie interessiert (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013).

### 2.4 Wechselwirkung mathematikbezogener affektiver Personenmerkmale

Der komplexe Zusammenhang zwischen unterschiedlichen affektiven Personenmerkmalen sowie Leistung lässt sich theoriebasiert mittels der *Control-*

*Value*-Theorie (Pekrun, 2006) beschreiben. Selbstwirksamkeit kann dabei als Kontrollkomponente, Interesse als Wertkomponenten verstanden werden (Mews & Pöge, 2019). Im Rahmen der Control-Value-Theorie wird angenommen, dass die diese beiden Komponenten in komplexen Wirkzusammenhängen „sowohl die emotionalen Orientierungen und das Interesse der Schülerinnen und Schüler als auch deren schulische Leistungen“ beeinflussen (Mews & Pöge, 2019, S. 902). Für diese Annahmen spricht unter anderem die von Mews und Pöwe (2019) durchgeführte Studie, die auf den Daten der PISA-Erhebungsrunde 2012 basiert und explizit auf Mathematikleistung fokussiert. Dabei konnte unter anderem gezeigt werden, dass mathematikbezogene Selbstwirksamkeit positiv auf mathematikbezogenes Interesse wirken kann und mathematikbezogene Ängstlichkeit mindern kann. Zudem lassen die Ergebnisse vermuten, dass – im Einklang mit der Control-Value-Theorie – von einem positiven Zusammenhang zwischen mathematikbezogener Selbstwirksamkeit und Mathematikleistung auszugehen ist, während mathematikbezogene Ängstlichkeit und Mathematikleistung negativ korrelieren. Diese Ergebnisse unterstreichen die Forderung danach, affektive Schülermerkmale als mehrdimensionale Bildungsziele zu interpretieren und ihre positive Förderung als Ziel eines modernen Mathematikunterrichts zu verstehen.

## 3 Potential von Fermi-Aufgaben

Wir fassen Aufgaben als einen zentralen Gegenstand des mathematischen Arbeitens auf (Reiss & Hammer, 2013), denen spezifische unterschiedliche Funktionen im schulischen Mathematikunterricht zukommen (Hammer, 2016; Hammer & Ufer, 2015). Sie können mit dem Ziel des mathematischen Kompetenzerwerbs oder zum Zweck der Diagnose eingesetzt werden – wobei wir in diesem Artikel auf ersteres fokussieren. Dabei stellt das *Aufgabenpotential* (Hammer, 2016; siehe auch Baumert et al., 2010) eine inhärente Eigenschaft einer Aufgabe (oder eines Aufgabentyps, hier: Fermi-Aufgaben) dafür dar, bestimmte Lernprozesse anzuregen – und somit den Kompetenzerwerb geeignet zu unterstützen. Wir erweitern in diesem Artikel den Begriff um die Dimension mathematikbezogener affektiver Personenmerkmale im Sinne mehrdimensionaler Bildungsziele – d. h. wir gehen davon aus, dass bestimmte Aufgabentypen *an sich* mehr oder weniger geeignet sein können, mathematikbezogenes Interesse bei Schülerinnen und Schülern zu wecken, ihre mathematikbezogene Ängstlichkeit zu senken und ihre mathematikbezogene Selbstwirksamkeit zu steigern. Im folgenden Abschnitt argumentieren wir, dass das Potential von Fermi-Aufgaben in Bezug auf die dargestellte Dimension mathematikbezogener affektiver Personenmerkmale als hoch eingeschätzt werden kann.

### 3.1 Mathematisches Modellieren mit Fermi-Aufgaben

Folgt man den Ideen von Winter (1996), so soll der Mathematikunterricht Schülerinnen und Schülern unter anderem ermöglichen „Erscheinungen der Welt um uns … aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen“ sowie „in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen … zu erwerben“ (S. 35).

Gerade die erste genannte Grunderfahrung kann durch die Auseinandersetzung mit Aufgaben ermöglicht werden, die realitätsbezogen sind und damit den Rahmen einer ausschließlich formalen und syntaktischen mathematischen Beschreibung verlassen (Abschnitt 3.1.1). Ein kompetenzorientierter Mathematikunterricht im Sinne der Bildungsstandards umfasst dabei insbesondere das mathematische Modellieren, dem ein flexibler Wechsel zwischen Repräsentationen der Realität und der Mathematik immanent sind (KMK, 2003). Hierbei kommt der Lösung außermathematischer Probleme durch die Anwendung von Mathematik entscheidende Bedeutung zu, deren Erfolg insbesondere davon abhängt, ob Übersetzungsprozesse zwischen dem realen Kontext und dem fachlichen Inhalten gelingen (Blum & Leiß, 2005; Blum, 2006; Kaiser, Blum, Borromeo Ferri & Greefrath, 2015; Kaiser & Stender, 2015; Leiß & Blum, 2012). Dabei lassen sich einzelne Schritte des mathematischen Modellierens identifizieren und in idealisierten Prozessschemata für Modellierungsaufgaben darstellen.

Gelegenheit zur Auseinandersetzung mit der zweiten genannten Grunderfahrung kann der Mathematikunterricht unter anderem durch die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben bieten, die durch ihre offene Formulierung neben Modellierungskompetenz auch heuristische Problemlösefähigkeiten erfordern (Schoenfeld, 1985, siehe auch Abschnitt 3.1.2).

#### 3.1.1 Der Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß

In diesem Artikel beziehen wir uns auf das von Blum und Leiß (2005) vorgeschlagene Schema, in dem Modellieren als komplexes Zusammenspiel zwischen sieben unterschiedlichen und aufeinander aufbauenden Teilprozessen verstanden wird. Der dort beschriebene idealisierte Modellierungskreislauf ist schematisch in Abbildung 1 dargestellt. Dabei sind die reale Welt und die Welt der Mathematik als graue Flächen und die sieben Teilprozesse als Pfeile dargestellt. Übersetzungsprozesse zwischen Welt und Mathematik müssen von Schülerinnen und Schülern dann erbracht werden, wenn die Prozesspfeile zwischen den beiden unterschiedlichen grauen Flächen wechseln. Insbesondere wird angenommen, dass zur erfolgreichen Bewältigung einer Modellierungsaufgabe die dargestellten sieben unterschiedlichen Prozesse notwendig sind (Blum & Leiß, 2005).

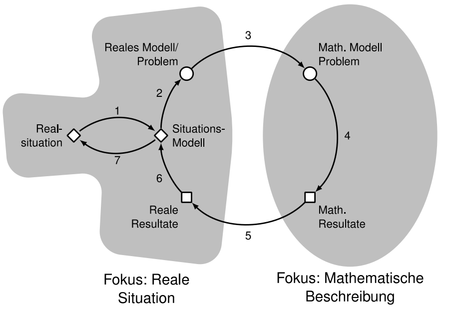


Abb. 1. Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (2005, S. 19).

Das Bearbeiten einer Modellierungsaufgabe nach dem dargestellten Prozessschema kann als komplexe mathematische Tätigkeit bezeichnet werden (Kaiser et al., 2015). Dabei lassen die Ergebnisse bisheriger empirischer Untersuchungen – unter anderem des DISUM-Projektes – vermuten, dass Modellierungskompetenz zwar stark von kognitiven Kompetenzen wie Lesen und dem Umgang mit formalen Elementen der Mathematik abhängt, eine hohe Eigenaktivität der Schülerinnen und Schüler hierbei jedoch einen positiven Einfluss haben kann (Leiss, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010). Gerade diese Aktivitäten können im Zusammenhang mit mathematikbezogener Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit sowie dem Interesse an Mathematik stehen (Abschnitt 1.2), was als ein Indikator für das Potential von Modellierungsaufgaben im Allgemeinen (und Fermi-Aufgaben als prototypische Modellierungsaufgaben im Speziellen) in Bezug auf die Förderung positiver mathematikbezogener affektiver Schülermerkmale angesehen werden kann (Abschnitt 3.3).

### 3.1.2 Fermi-Aufgaben

Fermi-Aufgaben – benannt nach dem Physiker Enrico Fermi, der sie regelmäßig in seinen Vorlesungen eingesetzt haben soll – stellen realitätsbezogene Fragestellungen dar, die offen formuliert sind, unterschiedliche Lösungsansätze erlauben und nicht eindeutig lösbar sind (Greefrath, 2018; Reiss & Hammer, 2013). Sie können daher dazu beitragen, ein Bild von Mathematik als Hilfsmittel zur Bearbeitung und Lösung realer Problemstellungen zu vermitteln (Hammer & Ufer, 2015; Reiss, Reinhold & Strohmaier, 2020; Winter, 1996) und in diesem Zusammenhang als prototypische Modellierungsaufgaben aufgefasst werden. Durch ihre offene Formulierung (z. B. „Hast du wirklich 2qm Haut?“; siehe Büchter, Herget, Leuders & Müller, 2011) können sie einen kognitiv aktivierenden Unterricht ermöglichen (Hammer & Ufer, 2015).

Fermi-Aufgaben können anhand dreier typischer Eigenschaften charakterisiert werden (Greefrath, 2018, 2019; siehe auch Reiss & Hammer, 2013):

1) Fermi-Aufgaben sind bezüglich der angegebenen *Ausgangsbedingungen unvollständig*. Schülerinnen und Schüler müssen über die Angaben in der Aufgabe hinaus selbst begründete Vermutungen bezüglich der Voraussetzungen äußern. Im angegebenen Beispiel sind etwa Körpergröße und Masse der betreffenden Person nicht angegeben.
2) Weiter ist in Fermi-Aufgaben nicht per se offensichtlich, welcher Lösungsansatz günstig sein kann. Sie ermöglichen daher eine *Vielzahl unterschiedlicher Lösungswege* – und können Schülerinnen und Schüler dadurch zum explorativen Arbeiten anregen. Im Beispiel kann sich etwa die Frage stellen, ob Schätzungen zur Körpergröße oder Masse überhaupt zielführend zur Lösung der Aufgabe verwendet werden können. Auch ist nicht unmittelbar klar, ob ein raumgeometrischer Ansatz zur Lösung führen kann.
3) Zudem haben Fermi-Aufgaben *keine eindeutigen Ergebnisse*. Lösungen können nur nach Kriterien wie Schlüssigkeit oder mathematischer Korrektheit bewertet werden. Richtige Ergebnisse können bestenfalls als Intervall angegeben werden, wobei auch hier die Intervallgrenzen je nach Lösungsweg neu bewertet werden müssen.

## 3.2 Bisherige Untersuchungen zu Fermi-Aufgaben

Fermi-Aufgaben wurden in aktueller empirischer Forschung im Bereich der Mathematikdidaktik nur vereinzelt betrachtet (Albarracín & Gorgorió, 2014; Ärlebäck, 2009, 2011; Ärlebäck & Bergsten, 2010; Greefrath, 2019; Peter-Koop, 2004, 2009; Sriraman & Knott, 2009). Forschungsarbeiten beziehen sich hier meist auf Fragestellungen zu mathematischen Modellierungsprozessen, hierbei werden Fermi-Aufgaben auch in Zusammenhang mit der Förderung des kritischen Denkens (Sriraman & Knott, 2009; Sriraman & Lesh, 2006) sowie von Problemlösefähigkeiten (Schoenfeld, 1985) gebracht. Sie können eine Möglichkeit darstellen, im Mathematikunterricht interdisziplinäres Arbeiten zu ermöglichen (Albarracín & Gorgorió, 2014; Sriraman & Lesh, 2006) und Schülerinnen und Schüler zu verdeutlichen, dass im

Vordergrund mathematischen Arbeitens nicht stets die Berechnung exakter Ergebnisse steht (Ross & Ross, 1986).

Ergebnisse empirischer Untersuchungen lassen vermuten, dass Schülerinnen und Schüler von der Primarstufe (Peter-Koop, 2004, 2009) bis zur späten Sekundarstufe (Ärlebäck, 2009; Ärlebäck & Bergsten, 2010) zur Lösung von Fermi-Aufgaben auf prototypische Modellierungsaktivitäten zurückgreifen. Selbst Grundschülerinnen und Grundschüler können Fermi-Aufgaben zufriedenstellend lösen, durchlaufen den Modellierungskreislauf zum Teil mehrfach, greifen dabei auf individuell unterschiedliche Lösungsstrategien zurück und können sich vereinzelt auch während des Lösungsprozesses neues mathematisches Wissen aneignen (Peter-Koop, 2004, 2009).

Ein zentrales und gemeinsames Merkmal der berichteten Studien ist dabei, dass Schülerinnen und Schüler Fermi-Aufgaben selbstständig – zum Teil einzeln, zum Teil in Kleingruppen – bearbeitet hatten. Die eigene Auseinandersetzung mit den Aufgaben kann daher übergeordnet als Annahme für einen gewinnbringenden Einsatz von Fermi-Aufgaben bezogen auf die positive Beeinflussung kognitiver Kompetenzen angenommen werden (Ärlebäck, 2009; Ärlebäck & Bergsten, 2010; Peter-Koop, 2004, 2009).

Analysen des Einsatzes von Fermi-Aufgaben in standardisierten Vergleichsarbeiten lassen zudem vermuten, dass die empirische Aufgabenschwierigkeit einer Fermi-Aufgabe von spezifischen Charakteristika – etwa der Anzahl der Schätzgrößen – abhängt (Greefrath, 2019). Dieses Ergebnis erscheint unter anderem im Einklang mit der *Cognitive Load*-Theorie (Sweller, Ayres & Kalyuga, 2011), in der von einer begrenzten Arbeitsgedächtniskapazität ausgegangen wird. Diese schwierigkeitsgenerierenden Merkmale von Fermi-Aufgaben können beim Einsatz im Mathematikunterricht berücksichtigt werden.

## 3.3 Fermi-Aufgaben zur Förderung affektiver Schülermerkmale

In der mathematikdidaktischen Forschung ist der Einfluss von Fermi-Aufgaben auf die Entwicklung affektiver Schülermerkmale unseres Wissens nach bisher nicht systematisch und umfassend untersucht worden. Wir erläutern nachfolgend die These, dass Fermi-Aufgaben ein großes inhärentes Potential bezüglich der positiven Beeinflussung von mathematikbezogenen affektiven Personenmerkmalen bergen können. Dabei gehen wir in der Darstellung auch explizit auf einzelne Prozesse des Modellierungskreislaufs (Abb. 1; siehe auch Blum & Leiß, 2005) ein.

### 3.3.1 Konstruieren und Verstehen

Dieser erste Prozess (1) wird als notwendige Voraussetzung gesehen, um die Fragestellung zu verstehen. Dabei wird eine eigene mentale Vorstellung – ein Situationsmodell – der vorgegebenen realen Problemsituation konstruiert. Schülerinnen und Schülern sollte an dieser Stelle bereits bewusst werden, dass es sich bei Fermi-Aufgaben nicht um reine Rechenaufgaben, sondern um alltagsnahe, komplexe Mathematikaufgaben handelt, was mit einer erhöhten wahrgenommenen Herausforderung einher gehen kann. Hier konnte etwa im Rahmen des SINUS-Projektes gezeigt werden, dass gerade auch ein Mathematikunterricht, der herausfordernde Aufgabenstellungen berücksichtigt, Freude und Interesse bei Schülerinnen und Schülern wecken kann (Prenzel, Carstensen, Senkbeil, Ostermeier & Seidel, 2005).

### 3.3.2 Vereinfachen und Strukturieren

In diesem Prozess (2) wird das Situationsmodell durch Vereinfachungen und Strukturierungen in ein Realmodell übergeführt, das die wesentlichen Informationen zur Bearbeitung der Aufgabe enthält. Hierbei müssen insbesondere auch Annahmen getroffen werden oder Informationen reduziert werden. In diesem Zusammenhang kann Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben bewusst werden, dass für die zu bearbeitende Aufgabe keine eindeutige Lösung existiert. Die Erwartung an eine Evaluierung, die möglicherweise eigenen Defizite aufdeckt, kann Ängstlichkeit hervorrufen (Zeidner, 2014). Durch offene, nicht kriterial beurteilbare Aufgabenstellungen sollte demzufolge eine solche mathematikbezogene Ängstlichkeit reduziert werden können.

### 3.3.3 Mathematisieren

Das Realmodell wird in diesem Teilprozess (3) durch Mathematisierung in ein mathematisches Modell überführt, auf dem im Anschluss operiert werden kann. Es wird angenommen, dass für diesen Schritt spezifische *Grundvorstellungen* – d. h. inhaltliche Deutungen mathematischer Objekte und Verfahren – notwendig sind (z. B. Holzäpfel & Leiß, 2014). Hier stehen bei Fermi-Aufgaben durch ihre offene Formulierung ganz unterschiedliche plausible Lösungswege zur Verfügung, was einen positiven Einfluss auf mathematikbezogene affektive Personenmerkmale haben kann. Es konnte bereits gezeigt werden, dass sich eine Vielfalt zugelassener Lösungswege, die Entwicklung unterschiedlicher Lösungen zu ein und derselben Aufgabe sowie die anschließende Diskussion und Bewertung dieser unterschiedlichen Lösungen allgemein positiv auf die Aktivierung der Schülerinnen und Schüler sowie ihr Interesse am

Fach Mathematik auswirken kann (Rittle-Johnson & Star, 2007; Schukajlow et al., 2012).

### 3.3.4 Interpretieren

In diesem Teilprozess (5) findet die Rückinterpretation in den ursprünglichen Kontext statt, die reale Resultate auf Basis der mathematischen Operationen liefert. Da in diesem Schritt erneut zwischen der Welt der Mathematik und der realen Welt gewechselt wird, wird davon ausgegangen, dass hierfür ebenfalls spezifische *Grundvorstellungen* notwendig sind (z. B. Holzäpfel & Leiß, 2014). Durch diesen Wechsel zurück in die reale Lebensumwelt der Schülerinnen und Schüler können sie erfahren, dass sie durch die Anwendung von Mathematik in der Lage sind, reale Fragestellungen zu beantworten. Dies kann zu einer höheren Motivation für Schülerinnen und Schüler führen, als die Bearbeitung kontextfreier und formal-syntaktischer Mathematikaufgaben. Die Forschungslage zum Einfluss von Textaufgaben (engl.: *word problems*) auf das Interesse der Schülerinnen und Schüler ist allerdings zum Teil widersprüchlich. So konnten Pekrun et al. (2006) zeigen, dass Schülerinnen und Schüler bei Textaufgaben tatsächlich ein höheres *aufgabenspezifisches* mathematikbezogenes Interesse angeben als bei rein syntaktischen Aufgaben in symbolischer Repräsentation, während Schukajlow et al. (2012) keinen Effekt für unterschiedliche Arten von Aufgaben feststellen konnten. In diesem Zusammenhang ist bisher unklar, welchen Effekt die Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben auf das mathematikbezogene Interesse von Lernenden haben kann.

### 3.3.5 Validieren

Das Resultat im Kontext der realen Welt wird im nächsten Teilprozess (6) einer kritischen Prüfung unterzogen. Es geht an dieser Stelle darum, die eigenen mathematischen Überlegungen sowie arithmetische Berechnungen auf Korrektheit zu überprüfen. Insbesondere haben Schülerinnen und Schüler bei Fermi-Aufgaben die Möglichkeit, die Resultate ihrer Arbeit auf der Basis eigener Erfahrungen zu evaluieren und auf Plausibilität zu überprüfen, da die Aufgaben realitätsbezogen sind. In diesem Zusammenhang bieten sich Schülerinnen und Schüler hierbei zwei Möglichkeiten: Sind sie nach Validierung ihrer realen Resultate bezogen auf die Situation mit ihren Ergebnissen zufrieden, kann dies zu einer höheren wahrgenommenen Selbstwirksamkeit führen. Führt die Validierung hingegen zu Unzufriedenheit mit der bisherigen Bearbeitung der Aufgabe, ist diese nicht endgültig gescheitert – wie etwa viele formal-syntaktischen Mathematikaufgaben – sondern der Modellierungskreislauf kann auf der Basis der gewonnenen Erfahrungen erneut unter veränderten Bedingungen an das Situationsmodell durchlaufen werden. Dieses Gefühl, nicht endgültig zu scheitern, könnte zum einen zu einer niedrigeren mathematikbezogenen Ängstlichkeit, zum anderen zu einer höheren wahrgenommenen Selbstwirksamkeit führen, da selbst die tendenziell fehlerbehaftete Bearbeitung zu einem Zugewinn an Erfahrungen geführt hat.

### 3.3.6 Methodische Aspekte

Zudem sprechen auch gewisse methodische Aspekte für das Potential von Fermi-Aufgaben im Zusammenhang mit mathematikbezogenen affektiven Schülermerkmalen. So arbeiten bisherige Untersuchungen zu Fermi-Aufgaben ihre Bearbeitung in Paaren oder Kleingruppen – insbesondere also die Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler selbst und *nicht* durch die Lehrkraft – als positiv für die Entwicklung von Modellierungskompetenz heraus (z. B. Ärlebäck, 2009; Peter-Koop, 2009). In diesem Zusammenhang zeigt sich in Studien zu Modellierungsaufgaben, dass die eigenständige Arbeit von Schülerinnen und Schüler einen positiven Einfluss nicht nur auf ihre kognitiven Merkmale, sondern auch auf ihr mathematikbezogenes Interesse und ihre Freude an Mathematik haben kann (Schukajlow et al., 2012). Es erscheint daher plausibel anzunehmen, dass sich durch die eigenständige Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht Synergieeffekte ergeben können.

## 4 Erste explorative Untersuchung

Es besteht weitgehend Konsens darüber, dass mathematikbezogene affektive Schülermerkmale – insbesondere variable und situative Merkmale wie Ängstlichkeit, Selbstwirksamkeit und Interesse – für die Entwicklung mathematischer Kompetenz eine zentrale Rolle spielen (z. B. Schukajlow et al., 2017). Obwohl gerade auch in diesem Bereich das Potential von Fermi-Aufgaben vielversprechend erscheint, existieren bisher keine uns bekannten Studien, die ihren Einfluss auf affektive Schülermerkmale explizit untersuchen.

Wir berichten nachfolgend eine erste explorative Untersuchung in zwei zehnten Klassen einer Fach- und Berufsoberschule, in der ebendieser Einfluss von Fermi-Aufgaben auf Schülerinnen und Schüler untersucht wurde. Dabei wurde zur Messung variabler und situativ unterschiedlicher *aufgabenbezogener* affektiver Personenmerkmale auf Selbstberichte der Jugendlichen (Pekrun, 2016) mit aufgabenspezifischen Fragebögen (Rheinberg et al., 2001; Schukajlow et al., 2012) zurückgegriffen, um die folgende Forschungsfrage explorativ zu untersuchen: Steht die eigenständige Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben bei Schülerinnen und Schülern der Mittelstufe im

Zusammenhang mit einer positiven Veränderung mathematikbezogener Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit sowie ihrem Interesse an Mathematik?

Hierbei wird – wie oben bereits dargestellt – vermutet, dass die Beschäftigung mit Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht zu einer Steigerung der aufgabenbezogenen Selbstwirksamkeit und des aufgabenbezogenen Interesses führt, während aufgabenbezogene Ängstlichkeit sinkt.

Es ist anzumerken, dass die berichtete Untersuchung als Pilotierung und Machbarkeitsanalyse zu verstehen ist: Ziel ist hier *nicht* eine finale Antwort auf die Frage nach einem (kausalen und isolierten) Effekt von Fermi-Aufgaben auf mathematikbezogene affektive Schülermerkmale, sondern eine explorative Untersuchung davon, ob sich das in Abschnitt 3.3 theoretisch hergeleitete Potential von Fermi-Aufgaben prinzipiell empirisch abbilden lässt. Dazu erfassen wir die drei Merkmale als State-Merkmale *aufgabenbezogen* (Schukajlow et al., 2012). Dies könnte in größerem Umfang angelegte Untersuchungen motivieren. Insbesondere ist das Forschungsdesign nicht geeignet, die Forschungsfrage kausal zu beantworten, sondern kann lediglich einen korrelativen Zusammenhang abbilden. Weiter lässt das gewählte Design und der Stichprobenumfang keine Analyse von möglichen Moderatoren und zusätzlichen Einflussfaktoren – etwa der kognitiven Aktivierung durch die Lehrperson oder spezifischer Unterrichtsmethoden – zu. Vor diesem Hintergrund sollten die berichteten Ergebnisse dementsprechend sorgsam interpretiert werden.

## 4.1 Methode

Die berichtete Untersuchung folgte einem Pre-Post-Design mit einer Schülergruppe. Der Unterricht in den Klassen wurde von einer Autorin dieses Artikels durchgeführt. Zur Erfassung von affektiven Personenmerkmalen wurden aufgabenbezogene Selbstberichte erfragt. Dabei wurden papierbasierte Fragebögen verwendet.

### 4.1.1 Stichprobe

An der explorativen Untersuchung nahmen insgesamt 30 Schülerinnen und Schüler (19 männlich, 11 weiblich) aus zwei Klassen einer Fachoberschule und Berufsoberschule teil. Bei den beiden Klassen handelt es sich jeweils um die Vorklasse der Berufsoberschule bzw. die Vorklasse der Fachoberschule. Dort wird vorbereitend auf das Abitur der Stoff der 10. Jahrgangsstufe unterrichtet.

Die Schülerinnen und Schüler waren im Durchschnitt 19 Jahre alt ($M$ = 19,1, $SD$ = 1,92). Einige von ihnen konnten bereits eine abgeschlossene Berufsausbildung vorweisen. Durch Konsultation der unterrichtenden Lehrkräfte wurde sichergestellt, dass die sprachlichen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler ausreichend waren, um der Intervention in vollem Umfang folgen zu können, und dass weder bei der Bearbeitung der Fermi-Aufgaben, noch bei der Durchführung der Fragebögen Verständnisprobleme aufgetreten sind.

### 4.1.2 Material

Während der explorativen Untersuchung wurden Fermi-Aufgaben von Büchter et al. (2007; 2011) eingesetzt, die für die Altersgruppe sowohl hinsichtlich ihrer eigenen Erfahrungen zur Erschließung der Realität als auch in Bezug auf ihre kognitive Aktivierung angemessen erschienen. Thematisch wurden Aufgaben ausgewählt, die sich mit der Raumgeometrie – konkret der Berechnung des Volumens und der Oberfläche von Körpern – beschäftigen. Eine Übersicht über die verwendeten Aufgaben kann Tabelle 1 entnommen werden.

| Nr. | Titel | Frage |
|---|---|---|
| A2[a] | Haut | Hast du wirklich 2qm Haut? |
| C6[b] | Wasserhahn | Wie viel Wasser verliert man durch einen tropfenden Wasserhahn pro Tag? |
| D7[a] | Pinguin | Aus wie vielen Legosteinen sind die abgebildeten 40 cm und 80 cm hohen Pinguine wohl gebaut worden? |
| E9[a] | Einkaufs-Wagen | Wie viele Kästen Mineralwasser haben in diesem Einkaufswagen Platz? |
| B1[a] | Eis-Bar | Aus wie vielen Litern gefrorenem Wasser besteht das Hotel? |
| D2[a] | Golfbälle | Wie viele Golfbälle passen in dieses Auto, von der Scheibenunterkante zum Dach? |

Tab. 1: Während der Intervention verwendete Fermi-Aufgaben. [a]Aufgabe zitiert nach Büchter, Herget, Leuders und Müller (2011); [b]Aufgabe zitiert nach Büchter, Herget, Leuders und Müller (2007).

### 4.1.3 Erhebungsinstrument

Zur Quantifizierung von Einstellungen und Emotionen zur Mathematik wurden standardisierte Messinstrumente zur Selbsteinschätzung verwendet. Dabei wurde auf den „FAM: Fragebogen zur Erfassung aktueller Motivation in Lern- und Leistungssituationen“ (Rheinberg et al., 2001) zurückgegriffen. Der FAM erfasst dabei die aktuelle Lern- und Leistungsmotivation aufgabenorientiert, d. h. in Bezug auf einen konkret vorgegebenen Stimulus. Hierfür wurde in der vorliegenden Studie die Fermi-Aufgabe

„Haut“ (vgl. Tabelle 1) verwendet. Die Antwortskalen sind positiv orientiert. In den Erhebungen wurde auf eine siebenstufige Antwortskala von „trifft nicht zu“ bis „trifft zu“ analog zur Validierung von Rheinberg et al. (2001) zurückgegriffen.

*Ängstlichkeit (ANX)*

Die Skala „Misserfolgsbefürchtung“ ist eine Teilskala des FAM und enthält Items bezüglich des Gefühls von Misserfolg und dem Gefühl, dem Druck der Aufgabe nicht gewachsen zu sein. Sie kann damit als Operationalisierung für mathematikbezogene Ängstlichkeit verstanden werden. In der Formulierung der Items zeigt sich die Abhängigkeit des FAM zum vorgegebenen Stimulus – hier der Aufgabe „Haut“: „Es ist mir etwas peinlich, hier zu versagen“, „Ich fürchte mich ein wenig davor, dass ich mich hier blamieren könnte“, „Ich fühle mich unter Druck, bei der Aufgabe gut abschneiden zu müssen“, „Wenn ich an die Aufgabe denke, bin ich etwas beunruhigt“ und „Die konkreten Leistungsanforderungen hier lähmen mich“. Je nach Art des Stimulus berichten Rheinberg et al. (2001) für Ängstlichkeit Konsistenzkoeffizienten (im Folgenden stets Cronbachs Alpha) zwischen $\alpha = 0{,}71$ und $\alpha = 0{,}85$. Aufgrund der aufgabenspezifischen Fragestellung ist davon auszugehen, dass sich in der vorliegenden explorativen Untersuchung Unterschiede bezüglich der Konsistenz ergeben können.

*Selbstwirksamkeit (SWE)*

Die Items der Skala „Erfolgswahrscheinlichkeit“ des FAM sollen abbilden, wie sicher eine Schülerin und ein Schüler sich ist, die dargebotene Aufgabe erfolgreich abzuschließen. Sie kann damit als Operationalisierung von mathematikbezogener Selbstwirksamkeit verstanden werden. Die vier Items lauten „Wahrscheinlich werde ich die Aufgabe nicht schaffen“, „Ich glaube, ich schaffe diese Aufgabe nicht“, „Ich glaube, der Schwierigkeit dieser Aufgabe gewachsen zu sein“ und „Ich glaube, das kann jeder schaffen“ – wobei die ersten beiden Items zum Zwecke der Auswertung umgepolt werden. Je nach Art des Stimulus liegen die berichteten Konsistenzkoeffizienten im Bereich von $0{,}68 \leq \alpha \leq 0{,}88$ (Rheinberg et al., 2001).

*Interesse (INT)*

Als „Interesse“ wird im FAM die eigene Freude und Wertschätzung des dargebotenen mathematischen Aufgabeninhaltes verstanden. Hierzu dienen die fünf Items „Nach dem Lesen der Instruktion scheint mir die Aufgabe sehr interessant“, „Bei Aufgaben wie dieser brauche ich keine Belohnung, sie machen mir auch so viel Spaß“, „Eine solche Aufgabe würde ich auch in meiner Freizeit bearbeiten“, „Bei der Aufgabe mag ich die Rolle des Wissenschaftlers, der Zusammenhänge entdeckt“ und „Ich mag solche Rätsel und Knobeleien“. Auch hier schwankt der berichtete Konsistenzkoeffizient je nach Art der dargebotenen Aufgabe und liegt zwischen $\alpha = 0{,}71$ und $\alpha = 0{,}90$ (Rheinberg et al., 2001).

*Konsistenz der Skalen*

Die drei verwendeten Skalen wiesen im Pretest Konsistenzkoeffizienten von $0{,}69 \leq \alpha \leq 0{,}84$ und im Posttest von $0{,}80 \leq \alpha \leq 0{,}90$ auf. Die Werte erscheinen aufgrund der relativ kurzen Skalenlängen, der bekannten Abhängigkeit der Konsistenz der Skalen vom gewählten Stimulus (Rheinberg et al., 2001) und der eher geringen Stichprobengröße akzeptabel, um explorative Aussagen über die Konstrukte zu ermöglichen.

### 4.1.4 Durchführung

In diesem Abschnitt stellen wir die Studien- und Unterrichtsdurchführung dar.

*Ablauf der Studie*

Die Durchführung der explorativen Untersuchung fand in drei Unterrichtsstunden an drei Wochentagen im Regelunterricht statt und wurde von einer Autorin dieses Artikels mit Ziel einer objektiven und vergleichbaren Durchführung in beiden Klassen als Versuchsleiterin begleitet. Der Pretest wurde vor Beginn der ersten Stunde bearbeitet, der Posttest nach Ende der dritten Stunde.

Die Untersuchung wurde in Einverständnis mit der Schulleitung und den Mathematiklehrkräften auf freiwilliger Basis der Lehrkräfte durchgeführt. Die Teilnahme an den schriftlichen Erhebungen war für die Schülerinnen und Schüler freiwillig. Sie wurden umfassend über ihr Recht zur Nichtteilnahme ohne Nachteile aufgeklärt. Die Befragungen wurden anonym durchgeführt – zur Zuordnung der Pretestdaten zu den Posttestdaten wurden Personencodes verwendet, die keine Rückschlüsse auf die Identität der Schülerinnen und Schüler erlauben.

*Ablauf des Unterrichts*

Am ersten Tag erhielten die Schülerinnen und Schüler eine Einführung zur Bearbeitung von Fermi-Aufgaben. In dieser Einführung wurden insbesondere die Begriffe *Abschätzen*, *Runden* und *Raten* voneinander abgegrenzt, der Realitätsbezug bzw. die Authentizität der Aufgabenstellungen thematisiert, die Relevanz der begründeten Darstellung des eigenen Lösungsweges sowie konkrete exemplarische Fragen vorgestellt, die bei der eigenständigen Bearbeitung offener Mathematikaufgaben zu Rate gezogen werden sollten. Daraufhin setzten sich die Schülerinnen und Schüler mit zwei exemplarischen Lösungen zu den beiden Aufgaben *Haut* (A2) und *Wasserhahn* (C3) auseinander. Mögliche alternative Lösungswege wurden diskutiert und bewertet, um die Schülerinnen und Schüler dazu zu motivieren, unterschiedliche Lösungsansätze bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben anzustreben.

Am zweiten Tag befassten sich die Schülerinnen und Schüler in zufällig zugeteilten Paaren mit der Bearbeitung einer ihnen zugelosten Fermi-Aufgabe. Hierfür wurden die in Tabelle 1 aufgeführten Aufgaben *Pinguin* (D7), *Einkaufs-Wagen* (E9), *Eis-Bar* (B1) und *Golfbälle* (D2) als Karten mit Arbeitsaufträgen verwendet (Büchter et al., 2007, 2011). Für die Bearbeitung und Ausarbeitung einer vollständigen Lösung dieser Aufgabe hatten die Schülerinnen und Schüler 90 Minuten Zeit. Anregungen für Folgeaufträge konnten die Schülerinnen und Schüler auf den Rückseiten der Karten finden. Während dieser Arbeitsphase nahm die Versuchsleiterin eine beratende Funktion ein. Sie gab Hilfestellung bezüglich der Schlüssigkeit unterschiedlicher Lösungsstrategien.

Am dritten und letzten Tag präsentierten die Schülerinnen und Schüler ohne weitere Bearbeitungszeit ihre unterschiedlichen Lösungswege. Durch die Zuteilung der Paare wurden in beiden teilnehmenden Klassen zwei verschiedenen Lösungen zu jeder der vier Fermi-Aufgaben vorgestellt und diskutiert. Die beiden Lösungen wurden einander gegenübergestellt und nach dem Kriterium der Schlüssigkeit im Plenum beurteilt.

### 4.1.5 Datensatz und Auswertung

Zur Untersuchung der Forschungsfrage wurden für die drei Variablen Ängstlichkeit (ANX), Selbstwirksamkeit (SWE) und Interesse (INT) jeweils Paardifferenzentests (auch: abhängige *t*-Tests) mit Pre- und Posttestdaten durchgeführt. Voraussetzung für die Anwendbarkeit von Paardifferenzentests ist unter anderem die Normalverteilung der Differenzwerte, die mittels Shapiro-Wilk Test überprüft wurde. Es zeigten sich keine Verletzungen dieser Annahme bezüglich der Ängstlichkeit, $W = 0,97$, $p = 0,53$, sowie der Selbstwirksamkeit, $W = 0,99$, $p = 0,96$, jedoch bezüglich des Interesses, $W = 0,92$, $p < 0,05$. Jedoch erweist sich der *t*-Test als relativ robust gegenüber Verletzungen dieser Annahme und liefert auch bei kleinen Stichproben verlässliche Aussagen über etwaige auftretende Signifikanzen (Bortz & Schuster, 2010). Im Zuge dieser explorativen Untersuchung wird daher auf andere statistische Auswertungsverfahren verzichtet.

## 4.2 Ergebnisse und Diskussion der explorativen Untersuchung

Die Ergebnisse der Untersuchung werden nachfolgend zunächst deskriptiv am Beispiel ausgewählter Items der unterschiedlichen Skalen berichtet. Daran schließt sich eine Darstellung der statistischen Auswertung der Effekte an.

### 4.2.1 Deskriptive Beschreibung

Bereits vor dem Unterricht mit Fermi-Aufgaben berichteten die Schülerinnen und Schüler eine eher niedrige aufgabenbezogene *Ängstlichkeit.* So gaben beispielsweise lediglich 40 % der Schülerinnen und Schüler (12 Personen) vor der Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht an, dass die Aufgabe sie beunruhigte. Dieser Anteil der durch Fermi-Aufgaben beunruhigten Schülerinnen und Schüler sank nach der Intervention auf 23 % (7 Personen, vgl. Tab. 2).

Weiter berichteten Schülerinnen und Schüler eine eher hohe aufgabenbezogene *Selbstwirksamkeit*. Vor der Intervention stimmten nur 27 % der Schülerinnen und Schüler (8 Personen) der Aussage zu, sie würden die dargestellte Fermi-Aufgabe nicht schaffen. Nach der Intervention sank dieser Anteil auf unter 7 % (2 Personen, vgl. Tab. 2).

| | | Pretest | | | Posttest | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Skala | Item | Zust. | *M* | *SD* | Zust. | *M* | *SD* |
| Ängstlichkeit | Wenn ich an die Aufgabe denke, bin ich etwas beunruhigt. | 40.0 | 2.90 | 1.56 | 23.3 | 2.27 | 1.36 |
| Selbstwirksamkeit | *Wahrscheinlich werde ich die Aufgabe nicht schaffen.* | *26.7* | *3.73* | *1.53* | *6.7* | *2.30* | *1.24* |
| Interesse | Nach dem Lesen der Instruktion scheint mir die Aufgabe sehr interessant. | 40.0 | 3.83 | 1.74 | 46.7 | 4.83 | 1.82 |

Tab. 2: Darstellung der Veränderung des Antwortverhaltens in einzelnen exemplarisch ausgewählten Items. Zust. = Zustimmung in %, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung. Das *kursiv* gedruckte Item wurde zum Zweck der quantitativen Auswertung umgepolt. Als Zustimmung wurden auf den siebenstufigen Skalen jeweils die drei positiven Antwortalternativen gewertet.

Das *Interesse* an Fermi-Aufgaben war bei den Schülerinnen und Schülern vor der Intervention moderat ausgeprägt. Beispielsweise gaben 40 % der befragten Schülerinnen und Schüler (12 Personen) vor der Intervention an, das Lesen der Instruktion wecke bei ihnen Interesse. Nach der Beschäftigung mit Fermi-Aufgaben im Unterricht stieg der Anteil auf knapp 47 % (14 Personen, vgl. Tab. 2).

Aufgrund der bisherigen empirischen Ergebnisse zu affektiven Personenmerkmalen sind Zusammenhänge der Skalen zu vermuten, die nachfolgend durch Korrelationsanalysen untersucht werden. Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Skalen werden für Pretest und Posttest getrennt in Tabelle 3 berichtet. Dabei sind signifikante Korrelationen fett hervorgehoben.

| | Pretest | | | Posttest | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ANX | SWE | INT | ANX | SWE | INT |
| ANX | 1,00 | | | 1,00 | | |
| SWE | 0,05 | 1,00 | | -0,15 | 1,00 | |
| INT | -0,22 | **0,42** | 1,00 | -0,09 | **0,50** | 1,00 |

Tab. 3: Korrelationen zwischen den erhobenen mathematikbezogenen affektiven Merkmalen *Ängstlichkeit* (ANX), *Selbstwirksamkeit* (SWE) und *Interesse* (INT) im Pretest und im Posttest. **Fett** gedruckt sind signifikante Korrelationen mit $p < 0{,}05$.

Es ist zunächst festzustellen, dass sich im Pretest und im Posttest ähnliche Zusammenhänge zwischen den Skalen ergeben. Die Selbstwirksamkeit korreliert – sowohl vor als auch nach der Intervention – signifikant positiv mit dem Interesse der Schülerinnen und Schüler, $r_{pre} = 0{,}42$ und $r_{post} = 0{,}50$. Es bestehen also Zusammenhänge zwischen der wahrgenommenen Einschätzung der eigenen mathematischen Fähigkeiten sowie dem Interesse an Fermi-Aufgaben.

Für die aufgabenbezogene Ängstlichkeit lassen sich keine signifikanten Zusammenhänge mit den beiden anderen Skalen feststellen – weder vor noch nach der Intervention. Tendenziell hängt eine niedrigere mathematikbezogene Ängstlichkeit bezogen auf Fermi-Aufgaben eher mit einer hohen aufgabenbezogenen Selbstwirksamkeit und hohem aufgabenbezogenem Interesse zusammen (vgl. Tabelle 3).

### 4.2.2 Effekte der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht

Ziel der explorativen Untersuchung war eine erste Analyse eines kurzfristigen Einflusses von Fermi-Aufgaben auf mathematikbezogene Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit sowie dem Interesse an Mathematik bei Schülerinnen und Schülern der Mittelstufe. Konkret war unsere Vermutung, dass die aufgabenbezogene Selbstwirksamkeit und das Interesse der Schülerinnen und Schüler durch die dargestellte Intervention mit Fermi-Aufgaben steigen würde, während die aufgabenbezogene Ängstlichkeit sinken würde. Die in Tabelle 4 dargestellten Ergebnisse im Pretest und Posttest zeigen, dass die Ergebnisse für die untersuchte Stichprobe im Einklang mit dieser Vermutung waren. Für die nachfolgenden Analysen werden jeweils die Ergebnisse von Paardifferenztests zwischen Pre- und Posttestdaten berichtet.

| | | | Pretest | | Posttest | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Skala | *SW* | *N* | *M* | *SD* | *M* | *SD* |
| Ängstlichkeit | 1–7 | 30 | 2,57 | 1,24 | 2,12 | 1,15 |
| Selbstwirksamkeit | 1–7 | 30 | 4,31 | 1,07 | 5,07 | 1,19 |
| Interesse | 1–7 | 30 | 3,70 | 1,26 | 4,05 | 1,55 |

Tab. 4: Mittelwerte (*M*) und Standardabweichungen (*SD*) der drei Skalen im Pretest und im Posttest. *SW* = Spannweite, *N* = Stichprobengröße.

Nach der Intervention konnte eine geringere aufgabenspezifische *Ängstlichkeit* bei den Schülerinnen und Schülern festgestellt werden (vgl. Tab. 4). Hier konnte ein signifikanter Effekt des Testzeitpunktes auf die Ängstlichkeit der Schülerinnen und Schüler bestätigt werden, $t(29) = 3{,}49$, $p = 0{,}01$, $d = 0{,}64$. Die Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht führte also zu einem Absinken der wahrgenommenen Ängstlichkeit bezogen auf Aufgaben dieser Art. Dies erscheint vor dem Hintergrund bestehender Forschung zur (mathematikbezogenen) Ängstlichkeit keineswegs selbstverständlich und kann unter anderem durch die fehlenden normativen Kategorien „richtig“ und „falsch“ für die Beantwortung von Fermi-Aufgaben erklärt werden, was den Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben bewusst werden kann.

Die aufgabenbezogene *Selbstwirksamkeit* der Schülerinnen und Schüler war im Posttest höher als im Pretest (vgl. Tab. 4). Es konnte ein signifikanter positiven Effekt des Testzeitpunktes auf die Selbstwirksamkeit festgestellt werden, $t(29) = -4{,}34$, $p < 0{,}001$, $d = 0{,}79$. Es erscheint also plausibel davon auszugehen, dass die Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben dazu führen kann, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Leistungsfähigkeit bezogen auf Modellierungsaufgaben dieser Art positiver einschätzten als zuvor. Auch dies erscheint nicht selbstverständlich und könnte darauf zurückgeführt werden, dass die Schülerinnen und Schüler Erfolgserlebnisse bei der Bearbeitung der Aufgaben verspürt haben – die insbesondere nicht auf richtige Lösungen, sondern eher auf korrekte und plausible Lösungs*prozesse* und Lösungs*strategien* zurückzuführen wären.

Ein ähnlicher Effekt zeigte sich für das aufgabenbezogene *Interesse* der Schülerinnen und Schüler, das ebenfalls im Pretest niedriger ausgeprägt war als im Posttest (vgl. Tab. 4). Auch hier konnte ein signifikanter positiver Effekt des Testzeitpunktes festgestellt werden, $t(29) = -2{,}11$, $p < 0{,}05$, $d = 0{,}39$. Es erscheint im Kontext der in Abschnitt 3.3 dargestellten Argumente plausibel, dass unter anderem die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben bei Schülerinnen und Schülern der untersuchten Gruppe dazu führte, dass ihr Interesse an Aufgaben dieser Art zunahm. Dies könnte etwa durch den realitätsbezogenen oder authentischen Kontext der Aufgaben erklärt werden, der bei Jugendlichen zu einem gesteigerten Interesse führen könnte.

## 5 Abschließende Diskussion

Im Folgenden diskutieren wir die Bedeutung der in diesem Artikel dargestellten Aspekte für den Mathematikunterricht, führen Grenzen der durchgeführten explorativen Untersuchung auf und führen weiterführende Forschungsfragen an.

### 5.1 Fermi-Aufgaben und mathematikbezogene affektive Schülermerkmale

Bezogen auf situationsabhängige affektive Schülermerkmale erscheint ein Vergleich der von den untersuchten Schülerinnen und Schülern angegebenen Selbstberichte mit Werten aus der Pilotierung des FAM nicht zielführend, da die verwendeten Aufgaben nicht aus dem Fachbereich Mathematik entstammen (Rheinberg et al., 2001). Die Zustimmung der Schülerinnen und Schüler zu den exemplarisch betrachteten Items der drei Skalen lässt vermuten, dass Schülerinnen und Schüler der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben bereits vor der Intervention tendenziell positiv gegenüberstehen. Sie berichteten eher niedrige aufgabenbezogene Ängstlichkeit, waren eher davon überzeugt, dass sie die Aufgaben bewältigen würden können und gaben zum Teil Interesse am verwendeten Aufgabentyp an.

Die kurze Unterrichtssequenz, in der Fermi-Aufgaben bearbeitet wurden, führte bei der betrachteten Stichprobe – im Einklang mit den im Theorieteil dargestellten Vermutungen – zu einer kurzfristigen Steigerung der aufgabenbezogenen Selbstwirksamkeit sowie des aufgabenbezogenen Interesses und führte weiter dazu, dass die aufgabenbezogene Ängstlichkeit der Schülerinnen und Schüler sank. Es kann angenommen werden, dass sich solche momentanen – auch konkret aufgabenbezogenen – Personenmerkmale im Mathematikunterricht langfristig zu stabilen Trait-Merkmalen entwickeln können (Schukajlow et al., 2017), sodass ein weitreichender Effekt auf mathematikbezogene affektive Schülermerkmale plausibel erscheint.

Bezogen auf die mathematikbezogene *Ängstlichkeit* wurde argumentiert, dass das Fehlen einer eindeutigen Lösung zu einer niedrigeren Misserfolgsbefürchtung führen kann, als die Bearbeitung von formalsyntaktischen Mathematikaufgaben mit eindeutig richtigen – und damit auch unwiderruflich falschen – Lösungen. Eine mögliche Interpretation des Effektes der Intervention auf die aufgabenbezogene Ängstlichkeit der Schülerinnen und Schüler ist, dass den Lernenden dieser Umstand fehlender eindeutiger Ergebnisse insbesondere während der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben bewusst wurde und dies zu einer niedrigeren Ängstlichkeit nach der Intervention geführt haben könnte. Zudem könnte die konkrete Auseinandersetzung mit exemplarischen Fermi-Aufgaben dazu geführt haben, dass die Schülerinnen und Schüler ein Gefühl dafür entwickelten, selbst bei zunächst nicht zufriedenstellenden Resultaten nicht vollständig an der Aufgabe zu scheitern, sondern auf der Basis neu gewonnener Erfahrungen den Modellierungskreislauf erneut und elaborierter durchlaufen zu können, um schließlich zu einer für sie persönlich zufriedenstellenderen Lösung zu gelangen.

Ebendiese Erfahrungen könnten auch Grund für die höhere berichtete *Selbstwirksamkeit* der Schülerinnen und Schüler nach der Intervention sein. Zum einen kann eine erfolgreiche Bearbeitung der anfangs als herausfordernd wahrgenommenen Fermi-Aufgaben zu einer kurzfristigen Steigerung der aufgabenbezogenen Selbstwirksamkeit führen. Zum anderen kann auch eine zunächst als unzureichend empfundene Lösung einer Fermi-Aufgabe zu neuen Erkenntnissen führen, die eine elaboriertere Bearbeitung derselben Aufgabe – und auch anderen Aufgaben dieser Art – ermöglichen könnten. Gelangten Schülerinnen und Schüler während der Intervention zu diesen Einsichten, so könnte das den positiven Einfluss der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben auf die aufgabenbezogene Selbstwirksamkeit erklären.

Im Zusammenhang mit mathematikbezogenem *Interesse* wurde argumentiert, dass zum einen als Herausforderungen wahrgenommene Mathematikaufgaben Interesse bei Schülerinnen und Schülern wecken können (Prenzel et al., 2005), zum anderen gerade offene Aufgabenstellungen mit einer Vielzahl zugelassener unterschiedlicher Lösungswege einen positiven Einfluss auf mathematikbezogenes Interesse haben können (Rittle-Johnson & Star, 2007; Schukajlow et al., 2012). Die während der Intervention verwendeten Fermi-Aufgaben erfüllen diese beiden Kriterien, sodass dies eine Erklärung für den positiven Effekt der

Intervention auf das aufgabenbezogene Interesse darstellen könnte. Ebenfalls erscheint es im Zusammenhang mit der Studie von Pekrun et al. (2006) plausibel, dass die realitätsbezogenen oder authentischen Bezüge des Aufgabentyps durch die Auseinandersetzung mit vier unterschiedlichen Fermi-Aufgaben während der Intervention den Schülerinnen und Schülern bewusst wurden. Dies könnte den positiven Einfluss der Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben auf das aufgabenbezogene Interesse ebenfalls erklären.

In unseren Ergebnissen zeigt sich ein signifikanter positiver Zusammenhang zwischen aufgabenbezogener Selbstwirksamkeit und aufgabenbezogenem Interesse. Dieses Ergebnis ist im Einklang mit bestehenden Theorien und Annahmen zu Wirkzusammenhängen affektiver Schülermerkmale (Mews & Pöge, 2019; Pekrun, 2006). Weder zwischen Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit noch zwischen Ängstlichkeit und Interesse zeigt sich in unserer Untersuchung ein signifikanter Zusammenhang. Diese zum Teil überraschenden Ergebnisse können unter anderem dadurch erklärt werden, dass wir diese Merkmale aufgabenbezogen als State-Merkmale erfasst haben, während sie in großen internationalen Leistungsstudien – wie etwa PISA – als eher stabile Trait-Merkmale erfasst werden, wodurch sich andere Wirkzusammenhänge ergeben können (Pekrun, 2006).

### 5.2 Bedeutung für den Mathematikunterricht

Die Schule als Institution sollte Lerngelegenheiten für mehrdimensionale Bildungsziele bieten (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013). Diese umfassen neben kognitiven Kompetenzen auch affektive Personenmerkmale (Weinert, 2001) – gerade auch im Mathematikunterricht (Kunter, 2005; Winter, 1996). Auch wenn die Bedeutung von affektiven Personenmerkmalen in der mathematikdidaktischen Forschung als zentrales Forschungsfeld benannt werden kann (Hannula et al., 2016; Hembree, 1990; Lai et al., 2015; Ma & Kishor, 1997; Schukajlow et al., 2017), so erscheint die Umsetzung dieser Dimension mehrdimensionaler Bildungsziele im alltäglichen Mathematikunterricht bisher doch unterrepräsentiert. Eine Erklärung hierfür könnte sein, dass konkrete Handlungsempfehlungen nicht den Weg aus der wissenschaftlichen Domäne in die Schule finden.

Auf der Basis dieses Beitrags lassen sich solche Handlungsempfehlungen für Bildungspraktikerinnen und Bildungspraktiker formulieren: Die Ausführungen im Theorieteil sowie die vielversprechenden Ergebnisse der explorativen Untersuchung heben das mögliche Potential von Fermi-Aufgaben in Bezug auf die positive Entwicklung affektiver Schülermerkmale hervor. Bisherige Studien zeigen auf, dass Fermi-Aufgaben geeignet sind, die Modellierungskompetenz von Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Altersstufen schülerzentriert zu fördern (z. B. Ärlebäck, 2009; Peter-Koop, 2009). Unsere Forschungsarbeit legt Anknüpfungspunkte dafür, diese positiven Befunde um die Perspektive affektiver Schülermerkmale zu erweitern: Es erscheint plausibel, dass die direkte Auseinandersetzung mit Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht zu einer Steigerung der mathematikbezogenen Selbstwirksamkeit sowie des mathematikbezogenen Interesses führen kann und sich damit zudem mathematikbezogene Ängstlichkeit reduzieren lassen kann (vgl. Abschnitt 3.3). Die Ergebnisse der explorativen Untersuchung stehen im Einklang mit diesen Annahmen (vgl. Abschnitt 4.2.2).

Damit könnte der geplant durchgeführte Einsatz von Fermi-Aufgaben ein Konzept zur ganzheitlichen Förderung der Schülerinnen und Schüler – d. h. im Sinne mehrdimensionaler Bildungsziele und insbesondere im Sinne der Ausbildung kognitiver *sowie* affektiver Kompetenzen – im Mathematikunterricht darstellen. Wir plädieren daher für einen verstärkten Einsatz von Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht.

Weiter bieten sich Transfermöglichkeiten von Fermi-Aufgaben in die studentische Lehre an, wo sie genutzt werden können um (a) prototypische Schritte innerhalb des Modellierungskreislaufs zu illustrieren sowie gleichzeitig (b) die Wahrnehmung angehender Lehrkräfte für mathematikbezogene affektive Schülermerkmale im Sinne mehrdimensionaler Bildungsziele in der universitären Ausbildungsphase zu schärfen (Abschnitt 3.3).

### 5.3 Grenzen der explorativen Untersuchung und weiterführende Fragestellungen

Wie bereits zu Beginn von Abschnitt 4 erläutert, handelt es sich bei der von uns berichteten Untersuchung um eine explorative Studie, deren Methodik und Stichprobe keine finale Beantwortung – insbesondere hinsichtlich kausaler Zusammenhänge – anstrebt oder erlaubt. Auch wenn die Ergebnisse im Einklang mit den von uns theoretisch abgeleiteten Vermutungen zum Potential von Fermi-Aufgaben stehen, erscheinen Folgeerhebungen notwendig, die die Ergebnisse gegenüber weiteren Einflüssen absichern. Im Folgenden stellen wir einige dieser Grenzen dar und zeigen auf, wie die sich darauf ergebenden Fragen empirisch untersucht werden könnten.

Die Untersuchung beschränkt sich auf die Beobachtung kurzfristiger Effekte mittels aufgabenbezogener Messinstrumente. Dies stellt eine für die Mathematikdidaktik übliche Messmethodik für State-Merkmale dar (Schukajlow et al., 2012). Da die Schülerinnen und Schüler in ihrem bisherigen Unterricht vor der Intervention nicht substantiell mit Fermi-Aufgaben in Berührung gekommen waren, kann jedoch ein gewisser *Neuheitseffekt* als zusätzliche Erklärung für die berichteten Effekte nicht ausgeschlossen werden. Der Neuheitseffekt als Erklärungsansatz für kurzfristige positive Veränderung von Personenmerkmalen wird dabei insbesondere im Zusammenhang mit dem Einsatz digitaler Medien in der mathematikdidaktischen Forschung diskutiert (z. B. Li & Ma, 2010), wobei der Effekt generell für neuartige Stimuli diskutiert werden kann. Ein solcher Effekt kann auf der Basis der durchgeführten Untersuchung nicht relativiert oder ausgeschlossen werden. Hier sind weitere Studien notwendig, die insbesondere mit einem Pre-Post-Delayed-Test-Design mit längerer Interventionsdauer der Frage nach einem möglichen Neuheitseffekt nachgehen können.

Zudem können die überraschenderweise nicht festgestellten signifikanten Korrelationen zwischen Ängstlichkeit und Selbstwirksamkeit sowie zwischen Ängstlichkeit und Interesse auch durch die geringe Stichprobengröße erklärt werden. Dieses Ergebnis sollte daher mit Bedacht interpretiert werden.

Das Design der vorgestellten explorativen Untersuchung mit einer einzelnen Interventionsgruppe lässt keine kausale Interpretation der gefundenen Ergebnisse zu. Insbesondere sind weitere Einflüsse denkbar, die während der Intervention zur Veränderung der untersuchten affektiven Personenmerkmale geführt haben könnten – etwa die Rolle der Lehrkraft, die verwendete Unterrichtsmethodik oder andere Aufgabenstellungen mit ähnlichen Merkmalen (Unvollständigkeit der Angaben, Vielfalt der zugelassenen Lösungswege, Nicht-Eindeutigkeit des Ergebnisses, vgl. Reiss & Hammer, 2013, S. 103–104). Um eine kausale Interpretation zuzulassen sollten die berichteten Ergebnisse in nachfolgenden Erhebungen durch die Verwendung von Kontrollgruppen zusätzlich abgesichert werden. Dabei könnte insbesondere auch Effekte weiterer Einflüsse kontrolliert werden – etwa böte eine deutlich größere Stichprobe die Möglichkeit, für etwaige Einflüsse von Lehrkräften statistisch zu kontrollieren. Weiter erscheinen Untersuchungen mit Schülerinnen und Schülern anderer Altersstufen und in anderen Schulformen aufschlussreich, um die Aussagen über das Potential von Fermi-Aufgaben zu generalisieren.

Der Fokus dieser Studie liegt auf affektiven Personenmerkmalen. Auch wenn die dargestellten theoretischen Argumentationen in Verbindung mit den Ergebnissen der explorativen Untersuchung hier einen positiven Effekt von Fermi-Aufgaben vermuten lassen, stellt sich die Frage nach einem Zusammenhang mit kognitiven Kompetenzen. Konkret sollten nachfolgenden Untersuchungen einen Zusammenhang beider Kompetenzdomänen mehrdimensionaler Bildungsziele in den Blick nehmen. Von Interesse erscheint hier, ob Interventionen mit Fermi-Aufgaben das Potential haben, *gleichzeitig* kognitive und affektive mathematikbezogenen Personenmerkmale zu fördern.

## 6 Fazit

Die Förderung von sowohl kognitiven als auch affektiven Personenmerkmalen der Schülerinnen und Schüler ist im Sinne mehrdimensionaler Bildungsziele eine zentrale Aufgabe des Mathematikunterrichts. Fermi-Aufgaben bergen ein hohes Potential nicht nur für die Ausbildung von Modellierungskompetenzen, sondern auch für die positive Beeinflussung affektiver Schülermerkmale wie Ängstlichkeit, Selbstwirksamkeit und Interesse. Es erscheint daher gewinnbringend, ihnen im schulischen Mathematikunterricht sowie der universitären Lehrkräfteausbildung größere Aufmerksamkeit zu schenken.

### Danksagung

Wir bedanken uns bei allen Schülerinnen und Schülern sowie den beiden Lehrkräften, die an der Interventionsstudie teilgenommen haben. Wir bedanken uns weiter bei der Schriftleitung der *mathematica didactica* sowie den beiden anonymen Gutachterinnen und Gutachtern, deren konstruktiven Hinweise maßgeblich zur finalen Fassung des vorliegenden Artikels beigetragen haben.

## Literatur


Albarracín, L. & Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(1), 79–96. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9528-9

Ärlebäck, J. B. (2009). On the Use of Realistic Fermi Problems for Introducing Mathematical Modelling in School. *The Mathematics Enthusiast*, *6*(3), 331–364.

Ärlebäck, J. B. (2011). Exploring the Solving Process of Groups Solving Realistic Fermi Problem from the Perspective of the Anthropological Theory of Didactics. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Hrsg.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 1010–1019). Rzeszów, Poland: ERME.

Ärlebäck, J. B. & Bergsten, C. (2010). On the Use of Realistic Fermi Problems in Introducing Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Hrsg.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (S. 597–609). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_52

Ashcraft, M. H. & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, *130*(2), 224–237. https://doi.org/10.1037//0096-3445.130.2.224

Ashcraft, M. H. & Moore, A. M. (2009). Mathematics Anxiety and the Affective Drop in Performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, *27*(3), 197–205. https://doi.org/10.1177/0734282908330580

Ashcraft, M. H. & Ridley, K. S. (2005). Math anxiety and its cognitive consequences: A tutorial review. In J. I. D. Campbell (Hrsg.), *Handbook of mathematical cognition* (S. 315–327). New York: Psychology Press.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, *47*(1), 133–180. https://doi.org/10.3102/0002831209345157

Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hussmann & S. Prediger (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 8–23). Hildesheim: Franzbecker.

Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken"-Aufgabe. *mathematik lehren*, *128*, 18–21.

Bortz, J. & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (7. Aufl.). Berlin: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-12770-0

Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. H. (2007). *Die Fermi-Box. Für die Klassen 5–7*. Stuttgart: Klett.

Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. H. (2011). *Die Fermi-Box. Für die Klassen 8–10*. Stuttgart: Klett.

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior*. Boston: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2271-7

Dermitzaki, I., Leondari, A. & Goudas, M. (2009). Relations between young students' strategic behaviours, domain-specific self-concept, and performance in a problem-solving situation. *Learning and Instruction*, *19*(2), 144–157. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.03.002

Dowker, A., Sarkar, A. & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology*, *7*, 508. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508

Ferla, J., Valcke, M. & Cai, Y. (2009). Academic self-efficacy and academic self-concept: Reconsidering structural relationships. *Learning and Individual Differences*, *19*(4), 499–505. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.05.004

Goetz, T., Bieg, M., Lüdtke, O., Pekrun, R. & Hall, N. C. (2013). Do girls really experience more anxiety in mathematics? *Psychological Science*, *24*(10), 2079–2087. https://doi.org/10.1177/0956797613486989

Greefrath, G. (2018). *Anwendungen und Modellieren im Mathematikunterricht: Didaktische Perspektiven zum Sachrechnen in der Sekundarstufe*. Berlin: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-57680-9

Greefrath, G. (2019). Fermi-Aufgaben in Vergleichsarbeiten in Klasse 8 – Kriterien und Ergebnisse. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht* (S. 19–32). Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-24292-3_2

Hammer, S. (2016). *Professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung. Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung*. Hildesheim: Franzbecker.

Hammer, S. & Ufer, S. (2015). Aufgaben in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht. In W. Blum, C. Drüke-Noe, S. Vogel & A. Roppelt (Hrsg.), *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II* (S. 160–170). Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage (Westermann, Schroedel, Diesterweg, Schöningh, Winklers).

Hannula, M. S., Di Martino, P., Pantziara, M., Zhang, Q., Morselli, F., Heyd-Metzuyanim, E., Lutovac, S., Kaasila, R., Middleton, J. A., Jansen, A. & Goldin, G. A. (2016). *Attitudes, beliefs, motivation and identity in Mathematics Education. An overview of the field and future directions*. Hamburg: Springer Open. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32811-9

Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: Maximizing impact on learning*. London; New York: Routledge.

Helmke, A. (2010). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (3. Aufl.). Seelze: Klett Kallmeyer.

Hembree, R. (1990). The nature, effects and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*. https://doi.org/10.2307/749455

Hidi, S. & Renninger, K. A. (2006). The four-phase model of interest development. *Edcuational Psychologist*, *41*(2), 111–127. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_4

Holzäpfel, L. & Leiß, D. (2014). Modellieren in der Sekundarstufe. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Fachdidaktik Mathematik* (S. 159–178). Seelze: Klett Kallmeyer.

Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und Modellieren. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 357–383). Berlin: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_13

Kaiser, G. & Stender, P. (2015). Die Kompetenz mathematisch Modellieren. In W. Blum, C. Drüke-Noe, S. Vogel & A. Roppelt (Hrsg.), *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II* (S. 95–106). Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage.

KMK (Hrsg.). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. München: Luchterhand.

Köller, O., Baumert, J. & Schnabel, K. (2001). Does Interest Matter? The Relationship between Academic Interest and Achievement in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(5), 448. https://doi.org/10.2307/749801

Köller, O., Daniels, Z., Schnabel, K. U. & Baumert, J. (2000). Kurswahlen von Mädchen und Jungen im Fach Mathematik: Zur Rolle von fachspezifischem Selbstkonzept und Interesse. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *14*(1), 26–37. https://doi.org/10.1024//1010-0652.14.1.26

Kunter, M. (2005). *Multiple Ziele im Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.). (2013). *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers*. Boston: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5149-5

Lai, Y., Zhu, X., Chen, Y. & Li, Y. (2015). Effects of Mathematics Anxiety and Mathematical Metacognition on Word Problem Solving in Children with and without Mathematical Learning Difficulties. *PLOS ONE*, *10*(6), e0130570. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0130570

Leiß, D. & Blum, W. (2012). Beschreibung zentraler mathematischer Kompetenzen. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: Konkret* (6. Aufl., S. 33–50). Berlin: Cornelsen.

Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling—Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, *31*(1), 119–141. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0006-y

Li, Q. & Ma, X. (2010). A Meta-analysis of the Effects of Computer Technology on School Students' Mathematics Learning. *Educational Psychology Review*, *22*(3), 215–243. https://doi.org/10.1007/s10648-010-9125-8

Ma, X. (1999). A Meta-Analysis of the Relationship between Anxiety toward Mathematics and Achievement in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(5), 520. https://doi.org/10.2307/749772

Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the Relationship between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(1), 26. https://doi.org/10.2307/749662

Maloney, E. A., Ansari, D. & Fugelsang, J. A. (2011). The effect of mathematics anxiety on the processing of numerical magnitude. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *64*(1), 10–16. https://doi.org/10.1080/17470218.2010.533278

McLeod, D. B. (1989). Beliefs, Attitudes, and Emotions: New Views of Affect in Mathematics Education. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Hrsg.), *Affect and Mathematical Problem Solving* (S. 245–258). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3614-6_17

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics, teaching and learning* (S. 575–596). New York: Macmillan.

Mews, S. & Pöge, A. (2019). Das Zusammenspiel von Selbstbildern, motivationalen und emotionalen Orientierungen sowie deren Einfluss auf die Mathematikleistung in der PISA-Studie 2012. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *22*(4), 899–924. https://doi.org/10.1007/s11618-019-00898-w

Núñez-Peña, M. I., Suárez-Pellicioni, M. & Bono, R. (2013). Effects of math anxiety on student success in higher education. *International Journal of Educational Research*, *58*, 36–43. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2012.12.004

OECD. (2013). *PISA 2012 results: Ready to learn: Students' engagement, drive and self-beliefs (Volume III)*. Paris: OECD Publishing.

Pekrun, R. (2006). The Control-Value Theory of Achievement Emotions: Assumptions, Corollaries, and Implications for Educational Research and Practice. *Educational Psychology Review*, *18*(4), 315–341. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9

Pekrun, R. (2016). Using Self-Report to Assess Emotions in Education. In M. Zembylas & P. A. Schutz (Hrsg.), *Methodological Advances in Research on Emotion and Education* (S. 43–54). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-29049-2_4

Pekrun, R., vom Hofe, R., Blum, W., Frenzel, A. C., Goetz, T. & Wartha, S. (2007). Development of mathematical competencies in adolescence: The PALMA longitudinal study. In M. Prenzel (Hrsg.), *Studies on the educational quality of schools. The final report on the DFG Priority Programme* (S. 17–37). Münster: Waxmann.

Pekrun, R., vom Hofe, R., Blum, W., Götz, T., Wartha, S. & Jullien, S. (2006). Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik (PALMA). Entwicklungsverläufe, Schülervoraussetzungen und Kontextbedingungen von Mathematikleistung bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 21–53). Münster: Waxmann.

Peter-Koop, A. (2004). Fermi Problems in Primary Mathematics Classrooms: Pupils' Interactive Modelling Processes. In Ian Putt, Rhonda Faragher & Mal McLean (Hrsg.), *Mathematics education for the third millenium: Towards 2010* (Bd. 2, S. 454–461). Sydney: MERGA.

Peter-Koop, A. (2009). Teaching and Understanding Mathematical Modelling through Fermi-Problems. In B. Clarke, B. Grevholm & R. Millman (Hrsg.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education* (Bd. 4, S. 131–146). Boston: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09669-8_10

Prenzel, M., Carstensen, C. H., Senkbeil, M., Ostermeier, C. & Seidel, T. (2005). Wie schneiden SINUS-Schulen bei PISA ab? Ergebnisse der Evaluation eines Modellversuchsprogramms. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *8*(4), 540–562. https://doi.org/10.1007/s11618-005-0158-6

Reiss, K. & Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser. https://doi.org/10.1007/978-3-0346-0647-9

Reiss, K., Reinhold, F. & Strohmaier, A. (2020). Mathematikdidaktik. In M. Rothgangel, U. Abraham, H. Bayrhuber, V. Frederking, W. Jank & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Lernen im Fach und über das Fach hinaus. Bestandsaufnahmen und Forschungsperspektiven aus 17 Fachdidaktiken im Vergleich* (S. 239–261). Münster: Waxmann.

Rheinberg, F., Vollmeyer, R. & Burns, B. D. (2001). FAM: Ein Fragebogen zur Erfassung aktuller Motivation in Lern- und Leistungssituationen. *Diagnostica*, *47*(2), 57–66. https://doi.org/10.1026//0012-1924.47.2.57

Richardson, F. C. & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, *19*(6), 551–554. https://doi.org/10.1037/h0033456

Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, *99*(3), 561–574. https://doi.org/10.1037/0022-0663.99.3.561

Ross, J. & Ross, M. (1986). Fermi problems or how to make the most of what you already know. In H. L. Schoen & M. J. Zweng (Hrsg.), *Estimation and mental computation* (S. 175–181). Reston, VA: NCTM.

Schiepe-Tiska, A. & Schmidtner, S. (2013). Mathematikbezogene emotionale und motivationale Orientierungen, Einstellungen und Verhaltensweisen von Jugendlichen in PISA 2012. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 99–122). Münster: Waxmann.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schukajlow, S. & Krug, A. (2014). Are interest and enjoyment important for students' performance? In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle & D. Allan (Hrsg.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 5, S. 129–136). Vancouver: PME.

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(2), 215–237. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9341-2

Schukajlow, S., Rakoczy, K. & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: Theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM*, *49*(3), 307–322. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6

Schwarzer, R. & Jerusalem, M. (2002). Das Konzept der Selbstwirksamkeit. In M. Jerusalem & D. Hopf (Hrsg.), *Selbstwirksamkeit und Motivationsprozesse in Bildungsinstitutionen* (S. 28–53). Weinheim: Beltz.

Sriraman, B. & Knott, L. (2009). The Mathematics of Estimation: Possibilities for Interdisciplinary Pedagogy and Social Consciousness. *Interchange*, *40*(2), 205–223. https://doi.org/10.1007/s10780-009-9090-7

Sriraman, B. & Lesh, R. A. (2006). Modeling conceptions revisited. *ZDM*, *38*(3), 247–254. https://doi.org/10.1007/BF02652808

Stankov, L. & Lee, J. (2014). Quest for the best non-cognitive predicator of academic achievement. *Educational Psychology*, *34*(1), 1–8. https://doi.org/10.1080/01443410.2013.858908

Strohmaier, A. R., Schiepe-Tiska, A. & Reiss, K. M. (eingereicht). Electrodermal Activity as an indicator for state anxiety in mathematics tests: An application of the control-value theory. *Manuscript submitted for publication*.

Sweller, J., Ayres, P. & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4

Ufer, S., Rach, S. & Kosiol, T. (2017). Interest in mathematics = interest in mathematics? What general measures of interest reflect when the object of interest changes. *ZDM*, *49*(3), 397–409. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0828-2

Valentine, J. C., DuBois, D. L. & Cooper, H. (2004). The relation between self-beliefs and academic achievement: A meta-analytic review. *Educational Psychologist*, *39*(2), 111–133. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3902_3

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen—Eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.

Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der DMV*, *4*(2). https://doi.org/10.1515/dmvm-1996-0214

Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(2), 113–122. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9028-2

Zeidner, M. (2014). Anxiety in education. In R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (Hrsg.), *International handbook of emotions in education* (S. 120–141). New York: Routledge.

## Anschrift der Verfasser

Frank Reinhold
Technische Universität München
TUM School of Education
Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl für
Didaktik der Mathematik
Arcisstraße 21
80333 München
frank.reinhold@tum.de

Anselm Strohmaier
Technische Universität München
TUM School of Education
Heinz Nixdorf-Stiftungslehrstuhl für
Didaktik der Mathematik
Arcisstraße 21
80333 München
anselm.strohmaier@tum.de

Sabine Grill
Technische Universität München
Arcisstraße 21
80333 München
sabine_grill@web.de